

DreaMsfida 2025

Istruzioni Generali

- La gara dura 90 minuti.
- Si ricorda di scegliere il jolly nei primi 10 minuti. I chiarimenti sul testo vanno chiesti dal capitano nei primi 20 minuti.
- Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero compreso tra 0000 e 9999, o comunque una successione di 4 cifre. Si ricorda anche che occorre sempre e comunque compilare tutte le 4 cifre, eventualmente aggiungendo zeri iniziali.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera. Se la quantità richiesta è un numero negativo oppure il problema non ha esattamente una soluzione, si indichi 0000. Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, si indichino le ultime quattro cifre della sua parte intera, cioè il resto della divisione con 10^4 ; in altre parole, in ordine da sinistra a destra, la cifra delle migliaia, seguita da quella delle centinaia, poi quella delle decine, infine le unità.
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1,4142, \quad \sqrt{3} = 1,7321, \quad \sqrt{5} = 2,2360, \quad \pi = 3,1415, \quad e = 2,71.$$

Gara di via Garzetta, 11 aprile 2025

Quesito 1. La prof.ssa Pagani inforca la bici e pedala 30 km verso est, poi 24 km verso nord, poi 6 km verso ovest e infine 30 km in una direzione, nel quadrante sud-ovest, che la riporta in un punto del primo tratto. Di quanti metri è stato il suo spostamento?

Quesito 2. Quanto vale

$$\lim_{x \rightarrow 1} x \frac{2x}{x-1} ?$$

Quesito 3. Quanti rettangoli di area 8112 e lati di lunghezza intera si possono formare?

Quesito 4. Sapendo che $x^3 + \frac{1}{x^3} = 322$, quanto vale $x + \frac{1}{x}$?

Quesito 5. Quanto vale la somma delle radici di $p(x) = x^{45} + \left(\frac{1}{2} - x\right)^{45}$?

Quesito 6. Un intero positivo si dice *triquadro* se è sia un quadrato che un numero triangolare (cioè del tipo $1+2+\dots+k$ per qualche k intero positivo). Ad esempio, 36 è un numero triquadro. Qual è il numero triquadro successivo?

Quesito 7. Quanto fa

$$\frac{1 + \sum_{n=0}^{100} n \cdot n!}{99!} ?$$

Quesito 8. Trova le soluzioni $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ tali che

$$3x^2 - 2xy = 25.$$

Dare come risposta la somma dei valori assoluti di tutte le x e tutte le y così trovate.

Quesito 9. Nel parallelogramma $ABCD$, si considera un punto P sul lato BC . Sia inoltre E un punto sul prolungamento di AB dalla parte di B tale che D, P ed E siano allineati. Sapendo che le aree di APD e PCD sono rispettivamente di 186 cm^2 e 42 cm^2 , qual è l'area in mm^2 di PCE ?

Quesito 10. Trova la somma dei coefficienti del polinomio

$$2(x+3)^{512} - (x+1)^{1024} - x^{2026}.$$

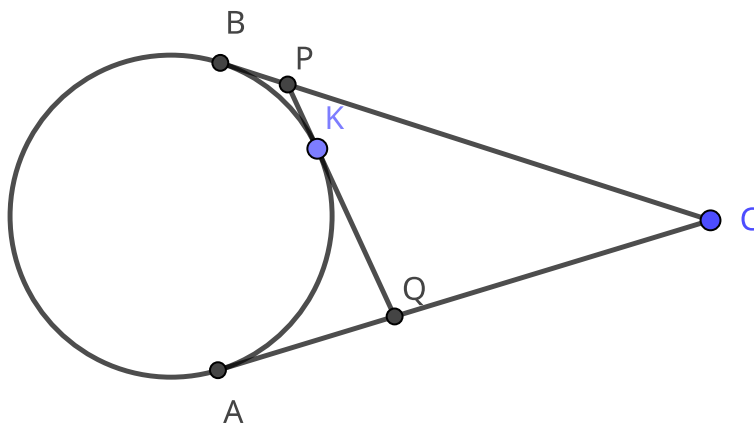
Quesito 11. Ogni giorno la prof.ssa Pagani considera la frazione g/m , dove g ed m sono interi che indicano giorno e mese, rispettivamente, della data corrente (quindi $1 \leq g \leq 31$ e $1 \leq m \leq 12$). Se non ci sono altre frazioni equivalenti già scritte sulla lavagna, scrive la nuova frazione sulla sua lavagna. La lavagna viene cancellata solo alla fine di ogni anno. Quante frazioni ha scritto la prof sulla sua lavagna dal 1 gennaio 2024 al 31 dicembre 2024?

Quesito 12. Silvia e Giulia giocano con un classico mazzo di 52 carte durante una pausa delle lezioni. Il gioco è molto semplice: a turno girano una carta dal mazzo coperto e se è rossa la tiene Giulia, se è nera la tiene Silvia. Ad un certo punto una delle due esclama: “Ho vinto! Ho completato i miei due semi!”, poi l'altra aggiunge: “Peccato! A me mancava solo una carta per vincere...”

Qual è la probabilità che il gioco sia terminato in questo modo? Dare come risposta il numero formato dalle cifre del numeratore seguite da quelle del denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.

Quesito 13. Tra gli $8!$ numeri formati da tutte le cifre da 1 a 8, quanti sono quelli divisibili per 11?

Quesito 14. Nella figura qui sotto i segmenti CA e CB sono tangenti alla circonferenza e sono lunghi 134cm ognuno. Si trovi il punto K sull'arco AB (dalla parte di C) tale che il perimetro del triangolo PQC sia massimo, dove PQ è il segmento tangente in K alla circonferenza. Quanto vale la lunghezza in centimetri di tale perimetro?



Quesito 15. Quanto vale il volume della porzione finita di spazio racchiusa tra le superfici di equazione $z = x^2 + y^2$ e $z = 8 - x^2 - y^2$?

Quesito 16. Un tetraedro ha vertici nei punti $(0, 0, 0)$, $(0, 108, 0)$, $(0, 0, 54)$ e $(162, 0, 0)$. Quanto vale il raggio della sfera inscritta?