

DMFsfida

Istruzioni Generali

- La gara dura 90 minuti.
- Si ricorda di scegliere il jolly nei primi 10 minuti. I chiarimenti sul testo vanno chiesti dal capitano nei primi 20 minuti.
- Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero compreso tra 0000 e 9999, o comunque una successione di 4 cifre. Si ricorda anche che occorre sempre e comunque compilare tutte le 4 cifre, eventualmente aggiungendo zeri iniziali.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera. Se la quantità richiesta è un numero negativo oppure il problema non ha esattamente una soluzione, si indichi 0000. Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, si indichino le ultime quattro cifre della sua parte intera, cioè il resto della divisione con 10^4 ; in altre parole, in ordine da sinistra a destra, la cifra delle migliaia, seguita da quella delle centinaia, poi quella delle decine, infine le unità.
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1,4142, \quad \sqrt{3} = 1,7321, \quad \sqrt{5} = 2,2360, \quad \pi = 3,1415.$$

Gara di via Garzetta

Quesito 1. (B)

G. Giantesio: « Siano $A = \{x \in \mathbb{N} : 2|x \vee 3|x\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} : 6 \leq x \leq 108\}$. Determinare il numero di elementi di $A \cap B$. »

La scrittura $m|n$ significa “ m è un divisore di n ”.

Quesito 2. (B)

S. Pianta: « Determinare le coppie ordinate (m, n) di interi positivi tali che $m^2 + n^2 = 221$. Dare come risposta la somma di tutti i valori di m ed n . »

Quesito 3. (B)

S. Pagani: « Quante parole (anche non di senso compiuto) si possono ottenere usando le lettere della parola SILVIAPIANTA? »

Quesito 4. (B)

G. Giantesio: « Sulla lavagna c'è scritto 1. Ad ogni passaggio posso aggiungere 3 a quanto scritto sulla lavagna, oppure moltiplicare per 4 quanto scritto sulla lavagna, in entrambi i casi scrivendo il risultato e cancellando il numero scritto precedentemente. Qual è il più grande numero di quattro cifre che non potrà essere scritto sulla lavagna? »

Quesito 5.

M. Marzocchi: « Si consideri

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \max\{|3x + y|, |x + 3y|\} \leq 120\}.$$

Quanto vale l'area di A ? »

Quesito 6.

A. Musesti: « Il numero 2023! è ovviamente un multiplo di 2023. Qual è il numero minimo di interi positivi consecutivi, minori di 2023, tali che il loro prodotto sia ancora un multiplo di 2023? »

Quesito 7.

M. Marzocchi: « Per quanti x interi con $|x| \leq 1000$ il polinomio $p(x) = x^3 - 27x + 54$ non assume valori strettamente positivi? »

Quesito 8.**S. Pagani:** « Si considerino le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Quanto vale la traccia di *ALIBABA*? »**Quesito 9.****A. Musesti:** « Il bruco Bruce si trova su un vertice di un'aiuola quadrata. Si addentra nell'aiuola percorrendo 70 cm, ruota di 90 gradi in verso antiorario, percorre 35 cm, ruota di 90 gradi in verso orario, percorre 45 cm ed arriva nel vertice opposto a quello dal quale era partito. Quanti centimetri è lungo il lato dell'aiuola? »**Quesito 10.****G. Giantesio:** « In un'urna ci sono 5 palline bianche e 5 rosse. Si estrae una pallina alla volta (senza reimmissione) e si termina quando tutte le palline di un colore sono state estratte. Qual è la probabilità che restino nell'urna due palline (dello stesso colore)? »*Si risponda dando la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.***Quesito 11.****S. Pagani:** « Un numero di tre cifre si dice *povero* se le uniche cifre che appaiono nella sua scrittura in base 10 appartengono all'insieme $\{1, 2, 6\}$ (una stessa cifra può anche essere ripetuta). Quali numeri poveri sono primi? »*Rispondere con la somma di tali numeri.***Quesito 12.****S. Pianta:** « Il quadrilatero $ABCD$ è inscritto in una circonferenza di raggio 40. Sapendo che $AB = BC = 40$ e che $CD = 2AD$, quanto misura l'area di $ABCD$? »**Quesito 13.****G. Giantesio:** « Ma Silvia, non puoi dare esercizi del tipo "dato niente, trovare tutto"! »**S. Pagani:** « Come no!? In Geometria I lo faccio sempre. Senti questo: quali sono i numeri, scritti con due cifre in base 10, che scritti in due basi consecutive hanno almeno due cifre e sono in entrambi i casi palindromi? »*Si risponda con la somma dei numeri trovati.***Quesito 14.****M. Marzocchi:** « Data l'equazione

$$(x^3 - 4)^3 = 216(6x + 4),$$

si scriva la somma dei valori assoluti delle sue radici reali moltiplicata per 1000. »

Quesito 15.**S. Pianta:** « Siano Q_1, Q_2, Q_3 tre quadrati (non degeneri); Q_2 ha i vertici sui lati di Q_1 , Q_3 ha i vertici sui lati di Q_2 . I lati dei tre quadrati hanno lunghezza intera; inoltre, i vertici di Q_2 dividono i lati di Q_1 in segmenti di lunghezza intera, e similmente fanno i vertici di Q_3 con i lati di Q_2 . Infine, i lati di Q_1 sono paralleli a quelli di Q_3 . Quanto è lungo, come minimo, il lato di Q_1 ? »**Quesito 16.****G. Giantesio:** « Silvia, mi sono accorta che il numero di studenti che passa l'esame di statistica decresce all'aumentare del numero dell'appello di esame »**S. Pagani:** « Eh, quello mi sa che succede sempre in tutti i corsi. Lo scorso anno erano inizialmente 40 gli studenti che dovevano fare l'esame vero? »**G. Giantesio:** « Sì, esatto! E mi sembra che la variazione del numero di studenti che passa l'esame nell'appello sia pari a meno quattro volte il numero dell'appello di esame. Insomma, dopo il terzo appello è una strage! »**S. Pagani:** « Effettivamente... »*Al quinto appello quanti sono i promossi? Si risponda con il valore assoluto del risultato.*