# Allenamento di matematica
# Simulazione di San Valentino

**Brescia - 12 febbraio 2016**

Le risposte vanno indicate con una sequenza di 4 cifre; se la risposta contenesse più di 4 cifre, andranno indicate solo le ultime 4. Se la risposta contenesse meno di 4 cifre è necessario anteporre la cifra 0 quante volte occorre. Approssimazioni utili: $\sqrt{3} = 1,73$ e $\pi = 3,14$.

1. **La lotteria di San Valentino.** Nel giorno di San Valentino si è soliti fare una lotteria d'azzardo. Ogni concorrente lancia due dadi equi: uno a 12 facce, numerate da 0 a 11, e l'altro a 4 facce, numerate da 0 a 3. Il concorrente vince se la somma dei due numeri ottenuti è un multiplo di 7. Su 5 giocate, qual è la probabilità che un giocatore vinca almeno due volte? Inserire nel risultato la somma del numeratore e del denominatore della frazione ottenuta, dopo averla ridotta ai minimi termini.

2. **Cena di San Valentino.** Pietro e Luisa sono invitati dagli zii di Pietro per cena a San Valentino. Ogni anno si è soliti estrarre a sorte la configurazione degli invitati seduti all'enorme tavola rotonda. A Pietro piacerebbe molto stare tra due dei suoi tre cugini coetanei, Alice, Barbara e Claudio. Considerato che in tutto gli invitati saranno 26, qual è la probabilità che Pietro sia accontentato? Dare come risultato la somma del numeratore e denominatore della frazione ottenuta, dopo averla ridotta ai minimi termini.

3. **Il percorso di San Valentino.** In prossimità di San Valentino, Alessandro deve raggiungere ogni anno, per regalare dei fiori alla fidanzata Elena, un lontano parente fiorista che gli fa uno sconto e possiede dei fiori molto belli. Il negozio è situato in un paesino in montagna tant'è che è costretto ad andarci in slitta. A bordo della propria slitta percorre agevolmente il primo tratto del percorso che lo separa dalla meta, attraversando sterminate pianure imbiancate; tuttavia, ad un certo istante, raggiunge un incrocio dal quale partono tre vie. Percorrendo una prima, dovrebbe attraversare un ponte che, per via del gelo e del peso della slitta, ha una probabilità del 30% di crollare. Percorrendone una seconda, attraverserebbe due ponti successivi, ciascuno con una probabilità del 20% di cadere. Infine, percorrendone una terza, oltre ad un ponte estremamente fragile (con probabilità del 40% di cadere), dovrebbe passare vicino ad un maestoso pino, il quale, per via delle abbondantissime e recenti nevicate, potrebbe cadere con una probabilità del 40%, impedendone così il passaggio. Dato che Alessandro si è concentrato molto su che fiori portare a Elena, si è scordato di controllare in quale delle tre strade incontri cosa. Dovendo scegliere casualmente uno dei tre percorsi, qual è la probabilità di arrivare al negozio? Dare come risultato la somma tra numeratore e denominatore della frazione risultante ridotta ai minimi termini.

4. **Torroncini di San Valentino.** Giacomo si ritrova nel piatto un bellissimo torroncino della nota marca *Torroncini** regalato per San Valentino dalla sua ragazza Giulia, la cui forma è un prisma retto avente come base una stella a cinque punte regolare. Giacomo, dal grande istinto calcolatore afferma subito: "La distanza tra due punte non consecutive della stessa base è senza dubbio

$$\frac{1}{\sqrt{7\sqrt{5}-15}\sqrt[4]{10+2\sqrt{5}}}cm.''$$

   Supponendo che Giacomo dica la verità quanto vale la superficie di base del torroncino misurata in $cm^2$? Dare come risultato la parte decimale dell'area richiesta.

5. **Il ciondolo di San Valentino.** Francesca possiede un ciondolo d'oro e d'argento, di massa 30 $g$ e volume 2 $cm^3$, che le è stato donato dal fidanzato Luca nel giorno di San Valentino. Un giorno, Francesca si reca dal proprio orafo di fiducia per chiedere la lucidatura del suo prezioso gioiello. L'orafo è convinto che la composizione sia maggiore in argento che in oro; Francesca, invece, è convinta del contrario. Sapendo che la densità dell'oro è 19 $g/cm^3$ e quella dell'argento 10 $g/cm^3$, qual è il rapporto tra il volume della parte in oro e quella in argento? Dare come risultato la somma tra numeratore e denominatore della frazione ottenuta ridotta ai minimi termini.

6. **Gli elfi di San Valentino si divertono.** Gli elfi di San Valentino, che durante l'anno cercano di far innamorare giovani in ogni parte del mondo, il giorno di San Valentino si riposano e si divertono insieme con un gioco di abilità piuttosto curioso. Sull'asfalto del cortile della fabbrica hanno tracciato il perimetro di un dodecagono regolare di lato $l$ e lanciano al suo interno delle piccole monete di rame. Qual è la probabilità che, lanciandola all'interno del dodecagono, la moneta atterri in un punto distante almeno $l/2$ da tutti i vertici? Dare come risultato le prime quattro cifre della parte decimale.

7. **Zuccherini colorati di San Valentino.** Nello stabilimento dolciario tipico per i regali di San Valentino si è deciso di creare un nuovo cioccolatino con una forma geometria innovativa: sferico, di raggio $2\,cm$, viene ricoperto di zuccherini colorati e decorato con due coni di caramello privi di base. Le circonferenze di base, di raggio $\sqrt{3}\,cm$, dei due coni aderiscono sul cioccolatino in modo che le assi dei coni giacciano sulla stessa retta e i coni non combacino. Ci si accorge però che gli zuccherini stanno scarseggiando, così viene proposto di ricoprire con gli zuccherini solo la parte visibile del cioccolatino, lasciando sguarnita la parte nascosta dai coni. Quanto vale la superficie non ricoperta? Dare come risultato la parte intera.

8. **Che combinazione!** Gianni ha ricevuto come regalo di San Valentino dalla fidanzata Luisa una cassaforte piena di cioccolatini con un biglietto. La combinazione è un numero di tre cifre distinte, ordinate per valori decrescenti e non finisce per 3. Il biglietto recita: "Ma che strana coincidenza, tu non devi aver pazienza: se quante sono le combinazioni scoprirai, da tali cifre la soluzione otterrai". Sapreste dire qual è la combinazione che apre la cassaforte?

9. **Il compleanno di San Valentino.** Mentre preparano i cioccolatini, i due aiutanti di San Valentino, Para e Doxa, gli chiedono quando compie gli anni. San Valentino dà loro una lista di date possibili:
   10, 13, 14, 15, 16, 19 e 23 maggio;
   10, 13, 14, 15, 16, 17, 18 e 23 giugno;
   14 e 16 luglio;
   14, 15 e 17 agosto.
   Poi, dice in segreto a Para qual è il mese giusto e a Doxa qual è il giorno giusto. Ecco cosa dicono i due aiutanti:

   - Para (che conosce il mese) dice: "Non so quando compia gli anni, ma so con certezza che non lo sa nemmeno Doxa;"
   - Doxa (che conosce il giorno) dice: "All'inizio non sapevo quale fosse la data giusta, ma adesso lo so;"
   - Para conclude: "Allora anch'io so quale sia il giorno del suo compleanno."

   Quando è nato San Valentino? Indicare come risposta un numero di 4 cifre in cui le prime due a sinistra rappresentano il giorno e le altre due il mese (ad esempio 2502 per indicare il 25 febbraio).

10. **Geometria a San Valentino.** Due palline di cioccolato tipiche per San Valentino hanno ciascuna la forma di una sfera di superficie $2\,\text{cm}^2$ e si uniscono a formare un'unica pallina, ancora sferica. Qual è, in $\text{cm}^2$, la superficie della nuova pallina di cioccolato? Indicare il risultato nella forma $2^{m/n}$ con $m$ e $n$ coprimi e indicare come risposta la somma $m + n$.

11. **Nastri a San Valentino.** Marco lavora nella pasticceria di famiglia e il giorno di San Valentino deve confezionare 2015 pacchetti numerati da 1 a 2015 ammettendo anche più di un nastro per pacco. Prima infiocchetta con un nastro tutti i pacchi con un numero multiplo di 3, poi infiocchetta tutti quelli con un numero multiplo di 5 e infine quelli con un numero multiplo di 20. Quanti sono i pacchi infiocchettati con esattamente due nastri?

12. **7 coppie e un intruso.** Nel giorno di San Valentino 7 coppie di ragazzi decidono di passare la giornata con Michele, l'unico della compagnia senza una ragazza. I 15 ragazzi sono disposti in cerchio ma decidono di ridisporsi per far sentire a suo agio Michele. In quanti modi possono ridisporsi così che ciascuno di loro si trovi nella posizione da cui era partito o in una delle due occupate dalle persone che gli erano di fianco, e che due persone non occupino mai la medesima posizione?

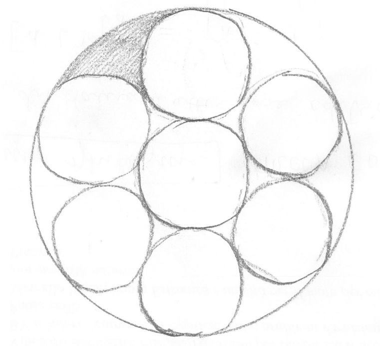
13. **Cosa non si fa per un bacio.** Gabriella è fidanzata con Andrea, studente di Ingegneria elettrica. Il giorno di San Valentino Gabriella acconsente a essere baciata da Andrea solo in cambio di un semplice

indovinello. Precisamente, Gabriella vuole che Andrea indovini l'età della sorella, ma con un aiuto: tale età coincide con la radice quadrata del prodotto di tutte le soluzioni (reali positive) dell'equazione

$$2015! \cdot x^{\log_{2015} x} = x^{2+0+1+5}.$$

Sapete aiutare il povero Andrea in modo che ottenga il tanto atteso bacio?

14. **Il cioccolataio di San Valentino.** Siamo nella più nota pasticceria del paese dove lavora Alessandro, il cioccolataio ufficiale di San Valentino. In occasione della ricorrenza Alessandro vuole preparare un dolce al cioccolato particolare e per far questo ha bisogno di avere delle piccole barrette dalla forma altrettanto particolare. Prende quindi un cilindro da pasticcere di altezza 6 cm e infila al suo interno 7 piccoli cilindri anch'essi di altezza 6 cm e raggio di base 1 cm: nella figura seguente potete osservare il cilindro visto dall'alto. A questo punto Alessandro comincia con la prima colata versando cioccolato fondente fuso nella zona evidenziata in figura fino all'orlo. Quanto cioccolato **(in mm$^3$)** deve versare Alessandro?



15. **Questione di priorità.** Scartando la scatola di cioccolatini regalatagli dalla fidanzata Sara, Maurizio, brillante studente alla Scuola Normale Superiore di Pisa, si accorge che la carta regalo è un semplice foglio quadrettato di dimensione $12 \times 13$. Ovviamente, Maurizio invece di prendere un cioccolatino si chiede invece qual è il massimo numero di rettangoli distinti i cui lati giacciono lungo le linee della quadrettatura. Lo potete aiutare?

16. **Un San Valentino a tre.** Luigi, Luca e Valerio sono tre amici e nessuno dei tre è fidanzato. Decidono quindi di passare San Valentino assieme siccome gli altri amici sono tutti fidanzati, e, non avendo molto altro da fare, si mettono a giocare a carte. Possiedono ciascuno tre gettoni e dopo ogni partita il vincitore riceve un gettone da ognuno degli altri due amici. Il gioco si interrompe non appena uno dei tre giocatori non ha più gettoni da puntare. Nell'ipotesi che ciascuno dei tre abbia la stessa probabilità di vittoria ad ogni giro qual è la probabilità che il gioco non si debba interrompere entro cinque partite? Indicare la somma tra numeratore e denominatore della frazione risultante ridotta ai minimi termini.

17. **Un San Valentino davanti alla TV, I.** Gli europei di calcio stanno cominciando e Matteo e Serena festeggiano San Valentino guardando l'estrazione delle squadre. Il torneo si svolge secondo il classico regolamento, ovvero suddividere le 16 squadre in 4 gironi da 4 squadre ciascuno. Si vocifera però di un accordo tra le varie squadre, secondo cui Italia e Spagna andrebbero insieme in finale se e solo se incontrassero, entrambe, nel girone almeno una tra Germania e Svezia. Qual è la probabilità di una finale Italia-Spagna? Indicare la somma tra numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.

18. **Un San Valentino davanti alla TV, II.** Arriva la sera di San Valentino e Matteo e Serena, dopo aver guardato le estrazioni degli europei di Calcio, invece di uscire a cena, restano a casa perché sanno che la sera danno l'ultimo film della serie di 007. In quest'ultimo film c'è un alto grattacielo composto da un prisma e una piramide. Il prisma ha come base un pentagono regolare: il perimetro di base è 600m, le pareti laterali sono alte 240m. La piramide, che funge da tetto, ha la stessa base del prisma e ogni spiovente è un triangolo equilatero. Sempre grazie a ventose che gli permettono di muoversi in qualunque direzione sulla superficie liscia del palazzo, 007 sta scalando il grattacielo per posizionare una bomba su ognuno degli spigoli, esattamente 30m sotto la grondaia alla base del tetto. James Bond

ha posizionato la terza, ma si rende conto di aver sbagliato: ha già fissato una bomba in ciascuno dei due spigoli vicini e ora deve raggiungere uno dopo l'altro i due spigoli più lontani. Qual è la misura in metri della distanza minima che deve percorrere per terminare il lavoro e fissare tutte e cinque le bombe nei punti richiesti? Indicare la parte intera.

19. **Insolito regalo di San Valentino, I.** Marina è fidanzata con Daniele, studente di Matematica e appassionato di Geometria. Il giorno di San Valentino invece che i soliti cioccolatini Marina regala al fidanzato un libro di Geometria. Daniele molto contento lo apre a caso e si imbatte in questo esercizio: Determinare l'area di un triangolo che ha due mediane ortogonali lunghe rispettivamente 10 e 15. Sapete aiutare Daniele?

20. **Insolito regalo di San Valentino, II.** Daniele ha avuto bisogno del vostro aiuto per l'esercizio precedente e da solo non ce l'ha fatta, ma vuole riprovarci per mostrare a Marina che è davvero bravo, e quindi riapre nuovamente a caso il libro e si presenta questo problema. Sia $ABCD$ un parallelogramma. Si sa che il lato $AB$ misura 6, l'angolo $BAD$ misura $60°$ e l'angolo $ADB$ è retto. Sia $P$ il baricentro del triangolo $ACD$. Calcolare il valore del prodotto delle aree del triangolo $ABP$ e del quadrilatero $ACPD$. Stavolta Daniele vi chiede solo di scrivere il risultato su un foglietto così che lui possa controllare se la sua soluzione è corretta. Cosa dovete scrivergli?