

## Geometria

**Problema 1.** Costruire un quadrato inscritto in un triangolo assegnato.

**Problema 2.** Dato un triangolo  $ABC$ , con  $AC = BC$ , si prende un punto  $M$  su  $AB$  e si tracciano le perpendicolari a  $BC$  ed  $AC$  passanti per  $M$ , che intersecano  $BC$  e  $AC$  (o i loro prolungamenti) in  $D$  ed  $E$ . Dimostrare che, al variare di  $M$ ,  $MD + ME$  è costante (indipendentemente dalla posizione di  $M$  su  $AB$ ).

**Problema 3.** Un triangolo  $ABC$  è tale che esiste un cerchio che passa per tutti i punti che dividono ciascun lato del triangolo in tre parti uguali. Provare che  $ABC$  è equilatero.

**Problema 4.** Dimostrare che in ogni triangolo la somma delle lunghezze delle mediane è minore del perimetro.

**Problema 5.** Siano  $\Gamma_1$  e  $\Gamma_2$  due circonferenze che si intersecano nei punti  $A$  e  $B$ . Sia  $t$  una tangente comune alle due circonferenze e siano  $C$  e  $D$  i punti di tangenza. Dimostrare che il segmento  $CD$  è dimezzato dalla retta passante per  $A$  e  $B$ .

**Problema 6.** Dato un triangolo  $ABC$  rettangolo in  $A$ , si costruiscono i triangoli equilateri  $ABD$  e  $ACE$  esternamente ad  $ABC$ . Sia  $H$  il punto di intersezione tra la retta parallela ad  $AB$  per  $D$  e la retta parallela ad  $AC$  per  $E$ . Allora  $AH$  è l'altezza di un triangolo equilatero di lato uguale a  $BC$ .

**Problema 7.** Il cubo  $ABCDEFGH$  ha lati di lunghezza 2. Il cerchio  $\Gamma_1$  è inscritto nella base  $ABCD$ , mentre il cerchio  $\Gamma_2$  passa per i vertici  $A, C, H$ . Qual è la distanza minima fra  $\Gamma_1$  ed  $\Gamma_2$ ?

**Problema 8.**  $ABCDE$  è un pentagono regolare. Sia  $P$  un punto del cerchio circoscritto appartenente all'arco  $AB$ . Dimostrare che  $AP + BP + DP = CP + EP$ .