

Disfida Matematica 2007
Soluzione del problema 21

21. **Il palio di Bananopolis.** (Questo me l'ha suggerito Maurizio.) Qui ci sta un'osservazione elementare ma molto bella: ad ogni triangolo da considerare corrispondono esattamente 3 "vie sacre", e dunque 6 porte. Viceversa, 6 porte distinte individuano esattamente un triangolo interno (vedi figura). Quindi il numero di tracciati su cui è possibile correre un palio, ovvero il numero di triangoli, è uguale ai modi di scegliere 6 porte distinte. Tale numero, visto che le porte sono 13, è dato dal coefficiente binomiale $\binom{13}{6}$, che vale

$$\binom{13}{6} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 13 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 4 = 1716$$

quindi la risposta è $\boxed{1716}$.

