Disfida Matematica 2006

Soluzione del problema 22

22 **Bowling 2.** Consideriamo inizialmente la piramide minimale fatta da 4 sfere e chiamiamo R il raggio di ogni sfera. Poiché le 4 sfere si toccano vicendevolmente in un punto, i centri distano esattamente $2R$ l'uno dall'altro, e dunque stanno sui vertici di un tetraedro regolare di spigolo $2R$. L'altezza di tale tetraedro si può calcolare in questo modo: essa cade nel centro del triangolo equilatero che sta alla base, e dunque è il cateto di un triangolo rettangolo di ipotenusa $2R$ e l'altro cateto dato dalla distanza del centro della base da un suo vertice, ovvero $2\sqrt{3}R/3$. Si ha quindi

$$h = \sqrt{4R^2 - \frac{4}{3}R^2} = R\sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{2}{3}R\sqrt{6}\,.$$

Nella piramide di 25 strati del quesito, la distanza verticale del centro delle sfere dello strato più basso dal centro della sfera più in alto è dunque $24h = 16R\sqrt{6}$. A questa va aggiunto 2 volte R, ovvero la distanza dei centri delle sfere degli strati estremi da terra e dalla sommità della piramide. In tutto si ottiene

$$16R\sqrt{6} + 2\,R = 41,192\,R\,.$$

Poichè R misura 100 mm, troncando al numero intero la risposta corretta è $\boxed{4119}$.