

## Disfida Matematica 2006

### Soluzione del problema 18

18 **I Giochi dell'Otto.** Ci si può mettere con pazienza ad elencare tutte le edizioni a partire dalla prima nell'anno 8 D.C. Un modo più rapido per procedere consiste nell'utilizzare una formula per calcolare tutti i modi con cui si può scrivere un numero naturale  $n$  non negativo come somma di  $s$  numeri naturali non negativi distinguendo anche le somme in cui cambia l'ordine degli addendi (cioè la decomposizione  $8 = 3 + 5$  (edizione dell'anno 35) deve essere considerata diversa dalla decomposizione  $8 = 5 + 3$  (edizione dell'anno 53)). Questa formula può essere ottenuta osservando che se abbiamo una sequenza di  $n + s - 1$  caselle, e anneriamo un sottoinsieme di  $s - 1$  caselle, si formano  $s$  gruppi di caselle bianche consecutive formati da 0 o più caselle e separati da una singola casella nera. Il numero di tali decomposizioni è dunque il numero di sottoinsiemi di  $s - 1$  elementi in un insieme di  $n + s - 1$  elementi cioè il coefficiente binomiale  $\binom{n+s-1}{s-1} = \frac{(n+s-1)!}{n!(s-1)!}$ . Scegliendo  $n = 8$  e  $s = 3$  si ottiene il numero di edizioni che si sono tenute in anni di al più 3 cifre, ovvero  $\frac{10!}{8!2!} = 45$ ; negli anni compresi tra il 1000 e il 1999 le ultime tre cifre devono avere somma 7 anziché 8, e quindi si hanno  $\frac{9!}{7!2!} = 36$  edizioni per un totale di 81 edizioni precedenti al 2000. Mancano dunque all'appello 7 edizioni successive al 2000, che possiamo enumerare: 2006, 2015, 2024, 2033, 2042, 2051, 2060. La risposta è 2060.