

Allenamenti di matematica

Combinatoria e probabilità

Orzinuovi - soluzioni

- **Problema 6 (La segretaria).** Il numero di soluzioni (distinte) cercato è dato dal quinto numero di Catalan $C_5 = 42$.

Per una trattazione dettagliata circa i numeri di Catalan, corredata da numerosi esempi relativi al loro utilizzo nell'ambito del calcolo combinatorico, si suggerisce di consultare, ad esempio, <http://mathcircle.berkeley.edu/BMC6/pdf0607/catalan.pdf>, oppure <http://www.mhhe.com/math/advmath/rosen/r5/instructor/applications/ch07.pdf>.

- **Problema 7 (Lampadine).** Applicando la formula della probabilità composta, si trova che la prima probabilità richiesta è data da

$$\frac{10}{15} \frac{9}{14} \frac{8}{13} = \frac{24}{91}.$$

Applicando le formule della probabilità composta e della probabilità totale, si trova che la seconda probabilità richiesta è data da

$$3 \frac{5}{15} \frac{10}{14} \frac{9}{13} = \frac{45}{91}.$$

Applicando la regola della probabilità contraria, si trova che l'ultima probabilità richiesta è data da

$$1 - \frac{24}{91} = \frac{67}{91}.$$

- **Problema 8 (I portamonete).** Applicando il teorema delle probabilità totali, si trova che la prima probabilità richiesta è data da

$$\frac{2}{5} \cdot 1 + \frac{2}{5} \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \cdot 0 = \frac{3}{5}.$$

Applicando il teorema di Bayes, si trova che la seconda probabilità richiesta è data da

$$\frac{\frac{2}{5} \cdot 1}{\frac{2}{5} \cdot 1 + \frac{2}{5} \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \cdot 0} = \frac{2}{3}.$$

- **Problema 9 (Cast Away).** Soluzione: $\frac{3}{2015}$.
- **Problema 10 (Il buono, il brutto, il cattivo).** Soluzione: $\frac{2}{3}$.
- **Problema 11 (Bingo).** Soluzione: $\frac{41}{1134}$.
- **Nota conclusiva.** Lo svolgimento degli ultimi tre quesiti, tratti dalla gara a squadre dell'anno scorso, si può trovare sul sito della Disfida Matematica, nella sezione dedicata. I problemi 7. e 8. costituiscono dei quesiti tipici da manuale di scuola superiore e, nell'ottica dell'allenamento, rappresentano il ponte tra le nozioni teoriche introdotte e i più complessi problemi da gara i quali, tuttavia, si risolvono applicando le medesime nozioni (magari, in questi ultimi problemi, è meno facile capire in che modo utilizzarle).