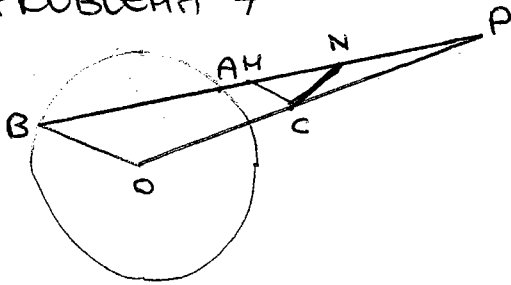


PROBLEMA 7



Collego P con O
 Sia H il punto medio di
 PB e sia C il punto medio
 di PO.
 Per il teorema delle corrispondenze
 di Talete
 $CH = \frac{1}{2} OB$

Il luogo geometrico che si ottiene è un arco di
 circonferenza di centro C e raggio CH.

Sia N il punto medio di PA

Il luogo geometrico che si ottiene è un arco di circonferenza
 di centro C e raggio CH.

PROBLEMA 8

i) $HH \parallel AC$:

Considero i triangoli $\triangle EHB$ ed $\triangle KAB$

$$HB : AB = EB : KB$$

l'angolo \widehat{HBE} è in comune

\Rightarrow i triangoli sono simili

$$\Rightarrow \widehat{KAB} = \widehat{HBE} \Rightarrow CA \parallel HH$$

ii) $AB = AC$:

Per il teorema di Talete $CB = 2HB \Rightarrow CH = HB$

\Rightarrow AH è la mediana relativa a CB ed è altezza

per ipotesi $\Rightarrow \triangle ABC$ è isoscele

iii) $AB = BC$:

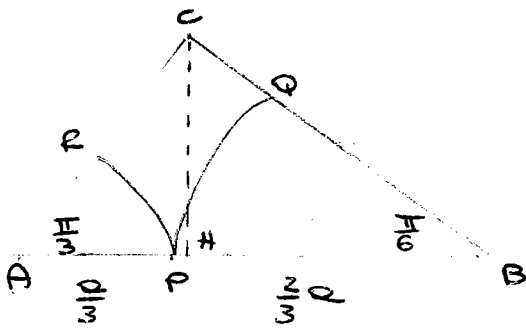
$BD = 2DK$. Il baricentro di $\triangle ABC$ si trova sulla retta
 ℓ passante per D e parallela ad AC.

Si trova anche sulla mediana AH \Rightarrow il baricentro è D

BK passa per il baricentro \Rightarrow è una mediana,

ma è anche bisettrice $\Rightarrow AB = BC$

PROBLEMA 9:



$$\text{Area } ABC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$$

$$\text{Area } \widehat{APR} = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{3}\right)^2 = \frac{a^2 \pi}{54}$$

$$\text{Area } \widehat{PBQ} = \frac{1}{12} \pi \cdot \left(\frac{2a}{3}\right)^2 = \frac{a^2 \pi}{27}$$

$$\begin{aligned} \text{Area } PQCR &= \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \left(\frac{a^2\pi}{54} + \frac{a^2\pi}{27}\right) = \\ &= a^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{3\pi}{54}\right) = a^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{18}\right) \end{aligned}$$

Volume piramide 1:

$$h = AH = \frac{a}{4}$$

base quadrata di lato $e = CH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{4} \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{4} \cdot \frac{a^2}{16} \cdot 3 = \frac{a^3}{64}$$

Volume piramide 2:

$$h = HB = \frac{3}{4}a$$

base quadrata di lato $e = CH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2}{16} \cdot 3 = \frac{3a^3}{64}$$

$$\text{Volume } W = \frac{a^3}{64} + \frac{3a^3}{64} = \frac{a^3}{16}$$