



Università
di Genova



Progetto Olimpiadi della Matematica



Istruzioni Generali

- Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero compreso tra 0000 e 9999, o comunque una successione di 4 cifre. Si ricorda anche che occorre sempre e comunque compilare tutte le 4 cifre, eventualmente aggiungendo degli zeri iniziali.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera. Si ricorda che la parte intera di un numero reale x è il più grande intero minore od uguale ad x .
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, oppure se non è univocamente determinata, si indichi 9999.

- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1,4142$$

$$\sqrt{3} = 1,7321$$

$$\sqrt{5} = 2,2360$$

$$\pi = 3,1415.$$

Scadenze importanti

- **15 minuti dall'inizio:** termine ultimo per la scelta del problema Jolly (dopo verrà assegnato d'ufficio il primo problema della lista). La scelta deve essere effettuata attraverso il modulo di consegna.
- **30 minuti dall'inizio:** termine ultimo per fare domande sul testo. Le domande devono essere rivolte solo dai capitani attraverso il canale previsto.
- **100 minuti dall'inizio:** termine dell'incremento dei punteggi dei problemi.
- **120 minuti dall'inizio:** termine della gara.

Fake News Today

Un giornale VERO

Gli scienziati sono tutti imbroglioni! Il loro strumento principale è la matematica che si dichiara da sola contraddittoria **e nessuno ce lo dice!** Nella realtà non c'è niente certo al 100%. Come fanno i teoremi a essere verità inconfutabili? Nelle loro stesse ammissioni **un fatto con probabilità del 30% è possibile.** E **un fatto con probabilità del 99% è praticamente certo.** Applicando la loro **definizione aristotelica di essere razionale** potrebbero dimostrare che **un fatto che è praticamente certo di essere praticamente certo è praticamente certo.** **Ma non lo fanno!** Gli stessi matematici spiegherebbero con i loro **calcoli** che un tale fatto ha **probabilità 98%!** Basta continuare a ripetere e ripetere stolidamente—proprio come i matematici **non** fanno—la frase precedente per scoprire che **un fatto possibile è praticamente certo.** **Questo giornale** si basa su questa constatazione—che quelli come noi che non si lasciano **bullizzare** dalla scienza conoscevano prima che i matematici ce lo nascondessero! **BUONA LETTURA!**

{1}
IL CONCESSIONARIO
di Lorenzo Mazza

Un concessionario di automobili rischia di perdere i suoi clienti perché mostra i prezzi delle auto in vendita usando artifici matematici. Ad esempio, il prezzo di un'auto è scritto come

$$\begin{array}{r} \text{XYZZZ€} + \\ 1€ = \\ \hline \text{XXYYY€} \end{array}$$

Se un cliente gli chiede il significato di X, Y e Z, il concessionario gli spiega che

a ciascuna lettera corrisponde una cifra. Il concessionario concede uno sconto del 10% sul prezzo che è il totale della somma a chi lo determina da solo. Quanto è il prezzo scontato dell'esempio?

{2}
SOFFITTI QUADRATI
di Giuseppe Rosolini

Ho trovato un soffitto quadrato decorato con otto travi uguali. Ciascuna congiunge il centro del soffitto con uno dei muri

lateralmente. Il soffitto risulta così diviso in otto aree uguali. Il lato della stanza è di 10 m. Qual è la lunghezza in mm di una delle otto travi?

È facile misurare la lunghezza con un metro senza fare calcoli inutili.

{3}
A BRUCIAPELO
di Sandro Campigotto

Quanto vale $\frac{2022^3 - 2000^3 - 22^3}{2022 \cdot 2000}$?

Non c'è che fare i calcoli.

{4}
DIVISORI INIZIATI
di Andrea Giusto

Quante sono le coppie ordinate (a, b) di interi positivi la cui somma $a + b$ è minore di 2023 e tali che

- ▶ a è un divisore di $2b$;
- ▶ b è un divisore di $2a$, ma
- ▶ a non è un divisore di $a + b$ oppure b non è un

divisore di $b + a$? Nonostante il linguaggio per iniziati, basta fare due prove non banali con 1 e 3.

{5}
FATTORIALE DI ZERI
di Sandro Campigotto

Con quanti zeri termina il fattoriale $40!$ scritto in

base 12? Questo problema non serve

perché nessuno scrive in base 12. Ma la soluzione è facile.

{6}
MAGLIETTE DIVERSE
di Sandro Campigotto

Quattro amici indossano una maglietta, ciascuno con il proprio nome sopra. Decidono di scambiarsi le magliette in modo che nessuno indossi la maglietta

con il proprio nome e di mettersi in fila per farsi una foto. In quanti modi possono organizzarsi per la foto, scambiandosi magliette e mettendosi in fila?

Ma la domanda reale dietro a tutto questo è: per quale motivo lo fanno. E i matematici non provano neppure a rispondere.

⁽¹⁾ Raccogliamo articoli della rubrica **Che cosa direbbe un matematico**. Pongono problemi e i numeri tra parentesi graffe sono ordinali crescenti che indicano la risposta possibile che un matematico non darebbe.

{7}**MAZZI DI CARTE***di Cecilia Oliveri*

Un mazzo di 10 carte è formato da 5 coppie di carte uguali. Mischiando il mazzo e dividendolo in cinque

coppie di carte, qual è la probabilità che le carte di ciascuna coppia siano uguali tra loro?

Questo solitario non prenderà mai piede.

[Dare come risposta la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.]

{8}**QUADRATI DI NUMERI***di Lorenzo Mazza*

Un numero naturale a è formato da n cifre, mentre il suo quadrato a^2 possiede m

cifre. Qual è il minimo valore di n tale che $n + m = 2022$? È chiaro a che cosa potrà

servire questo problema quando l'anno 2022 finirà.

{9}**TRAPEZI A CORONA***di Sandro Campigotto*

Alcuni trapezi isosceli sono stati appoggiati sul tavolo, affiancati uno all'altro condividendo un lato obliquo in modo che ogni base

minore sia consecutiva ad altre due basi minori. I trapezi sono tutti uguali: la base maggiore di un trapezio misura 50 cm; la base minore

misura 20 cm; gli angoli acuti sulla base maggiore misurano 81° . Quanti sono i trapezi utilizzati?

{10}**PRODOTTI MULTIPLI***di Sandro Campigotto*

Per quante quintuple ordinate (x, y, z, k, t) di cifre

accade che la divisione per 1000 del prodotto

$x \times y \times z \times k \times t$ è un numero intero positivo?

{11}**NEL XXI SECOLO***di Lorenzo Mazza*

Il giorno 02/12/22 (2 dicembre 2022) gode di una particolare proprietà: i tre numeri che descrivono la data (rispettivamente nell'ordine: giorno, mese e ultime due cifre dell'anno)

sono in progressione aritmetica, cioè la differenza fra due numeri consecutivi è la stessa—nell'esempio, la differenza fra due numeri consecutivi è 10; li si descrive appunto come “numeri in

progressione aritmetica di ragione 10^n . Quanti sono, nel XXI secolo, le date che godono della medesima proprietà?

{12}**DISPARITÀ***di Matteo Littardi*

Sia A l'insieme dei numeri interi positivi minori di 51. Sia N il numero delle permutazioni di A tali che, per ogni p primo e m e n

interi positivi con $m < n$, il numero p^m compare prima di p^n nella permutazione. Qual è il massimo valore di t naturale tale che 2^t

divide N ? Chi è riuscito a leggere fino a qui, trova subito la soluzione e che $\frac{N}{2^t}$ è dispari.

{13}**PROVE DI VERITÀ***di Silvia Sconza*

Si considerino le seguenti proprietà numeriche:

- a) n è divisibile per 7 oppure $n \geq 1231$;
- b) n è un quadrato perfetto;

c) $n < 1674$ e n è divisibile per 5.

Quanti sono i numeri n compresi tra 1 e 2022, estremi inclusi, tali che n

verifica almeno una delle precedenti proprietà e ne falsifica almeno una?

{14}**TRIPLO PALINDROMO**

di Anna Ulivi

Il più piccolo numero che si può scrivere come numero palindromo di 3 cifre in tre basi diverse è 121. Qual è il più grande numero inferiore a 121 che si scrive come

numero palindromo di tre cifre in due basi diverse? La parola “palindromo” si riferisce a una lista che, letta da destra a sinistra, produce la stessa lista. Ad esempio,

radar è palindromo; drone non è palindromo; 2020 non è palindromo; 2002 è palindromo.

{15}**CERCHI QUADRATI**

di Cecilia Oliveri

Sia dato un quadrato al cui interno sono costruite 204^2 circonferenze uguali affiancate l'una all'altra senza sovrapposizioni. Sono disposte come segue: 4 circonferenze sono tangenti a due lati e ad altre due circonferenze; 808 circonferenze sono tangenti a

un solo lato e ad altre due circonferenze; tutte le altre circonferenze non sono tangenti a un lato del quadrato, ma sono tangenti a altre quattro circonferenze. Vi sono in aggiunta altre circonferenze più piccole uguali di raggio 12 cm, ciascuna di queste tangente a

quattro circonferenze grandi. Qual è il rapporto tra l'area coperta dai cerchi e l'area del quadrato? Visto che manca il dato del raggio delle circonferenze grandi, si può soltanto indovinare quale possa essere la risposta.

[Dare come risposta le prime quattro cifre dopo la virgola del rapporto.]

{16}**BICCHIERI E PIRAMIDI**

di Sandro Campigotto

Venti bicchieri cilindrici identici, sono posizionati a formare una piramide in modo che un bicchiere poggi su tre bicchieri sottostanti. Ce ne sono così 10 al primo livello, 6 al secondo livello, poi 3, poi 1. Un rubinetto gocciola con una portata di 1 l/h esattamente sopra al bicchiere più alto della

piramide. Ogni bicchiere ha un volume di 80 cm^3 . Quando l'acqua traborda da un bicchiere goggiola uniformemente nei tre bicchieri sottostanti. Dopo quanti secondi un bicchiere del primo livello sarà pieno d'acqua? Questo problema, così rilevante alle cerimonie

importanti, è chiaramente impostato in modo errato dai matematici: c'è da chiedersi se hanno pensato che i bicchieri devono essere dotati di opportune scanalature che permettono all'acqua di defluire senza sbavare. E che nessuno pensa di usare acqua, ma spumante.

{17}**PAVIMENTO QUADRATO**

di Giuseppe Rosolini

Un pavimento quadrato è stato ricoperto usando piastrelle rettangolari (due lati perpendicolari di una piastrella hanno lunghezze diverse) di area 450 cm^2 , tagliandone il minor numero possibile per coprire completamente il pavimento.

Una rotazione del quadrato di 90° rispetto al centro non modifica il disegno delle piastrelle. Le piastrelle era state consegnate in scatole da 30 piastrelle ciascuna. Di 79 scatole sono state utilizzate tutte le 30 piastrelle, ma è

stato necessario aprire un'altra scatola per completare la pavimentazione. Quanti centimetri è lungo il lato della stanza? Senza calcoli si misura camminando a passi regolari lungo uno dei muri.

{18}**PACCHETTI CILINDRICI**

di Giuseppe Rosolini

Quattro cilindri uguali, con diametro di base di 20 cm e altezza di 25 cm sono impacchettati insieme in

modo che le basi siano tutte appoggiate sul tavolo. Il pacchetto avvolge completamente i quattro

cilindri. Qual è l'area totale minima del pacchetto?